

1 Fråga 19

Ställ upp Eulers framåt-differensmetod för differentialekvationen:

$$y' - y - t = 0, y(0) = 0 \quad (1)$$

och gör tre steg med steglängden 0.1

1.1 Eulers framåt-differensmetod

Vi börjar med att skriva om uttrycket som $y' = y + t$

$$y_{k+1} = y_k + h(y_k + t_k), h = 0.1 \quad (2)$$

$$y_1 = 0 + 0.1(0 + 0.1) = 0.01 \quad (3)$$

$$y_2 = 0.01 + 0.1(0.01 + 0.2) = 0.031 \quad (4)$$

$$y_3 = 0.031 + 0.1(0.031 + 0.3) = 0.0641 \quad (5)$$

2 Fråga 20

Upprepa samma procedur nu med Euler-bakåt

2.1 Eulers bakåt-differensmetod

Algoritmen är: $y_{k+1} = y_k + h(y_{k+1} + t_k)$ och vi noterar att vi kan skriva om y_{k+1} som

$$y_{k+1} = \frac{y_k + t_k h}{1 - h}$$

och använder oss av det i algoritmen och får:

$$y_{k+1} = y_k + h\left(\frac{y_k + t_k h}{1 - h} + t_k\right)$$

Sedan utför vi tre steg med den modifierade algoritmen:

$$y_1 = 0 + 0.1\left(\frac{0 + 0.1 * 0.1}{1 - 0.1} + 0.1\right) = 0.011111111111 \quad (6)$$

$$y_2 = y_1 + 0.1\left(\frac{y_1 + 0.1 * 0.2}{1 - 0.1} + 0.2\right) = 0.03456790123 \quad (7)$$

$$y_3 = y_2 + 0.1\left(\frac{y_2 + 0.1 * 0.3}{1 - 0.1} + 0.3\right) = 0.07174211248 \quad (8)$$