Mekanik MN2 - F16
Peter Ankerstål
04 December 2007

1 Slutsatser ur Lorentz transformation

1.1 Längdkontraktion

Måttstav i x-riktning som för observatör i vila i S har längden l kommer för observatör i S' ha längden $l\sqrt{1-v^2/c^2}$ Det råder en "ömsesidig beskyllningmellan de två referenssystemen, där båda hävdar att måttstavar i det andra referenssystemet är för korta.

1.2 Tidsdilatation

$$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

1 och 2 markerar två händelser vilka antas inträffa i samma punkt i $S, x_1 = x_2$ men vid olika tidpunkter t_1 och t_2
I S' :

$$t_2 - t_1 = \frac{t_2 - \frac{v}{c^2}x_2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - \frac{t_1 - \frac{v}{c^2}x_2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \qquad x_1 = x_2$$

$$t_2 - t_1 = \frac{t_2 - t_1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} > t_2 - t_1$$

S till S': Din klocka går för långsamt
S' till S: Din klocka går för långsamt

1.3 Egentiden

Allmän händelse i 1 och 2.

$y'_2 - y'_1 = y_2 - y_1$
$z'_2 - z'_1 = z_2 - z_1$

$c(t'_2 - t'_1) = \underbrace{c(t_2 - t_1) - \frac{v}{c}(x_2 - x_1)}_{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ ur ovanstående följer

$$(x'_2 - x'_1)^2 + (y'_2 - y'_1)^2 + (z'_2 - z'_1)^2 - c^2(t'_2 - t'_1)^2 =$$
$$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 - c^2(t_2 - t_1)^2$$

Speciellt för närliggande händelser i en partikels liv $x_2 - x_1 \rightarrow dx$
$y_2 - y_1 \rightarrow dy$
$z_2 - z_1 \rightarrow dz$
$y_2 - t_1 \rightarrow cdt$

$(dx)^2 + (dy)^2 + (dz)^2 - c^2(dt)^2$ är oförändrade vid L-transformation.
$(dx)^2 + (dy)^2 + (dz)^2 - c^2(d\tau)^2$ Definition av egentiden.

$$(d\tau)^2 = (dt)^2 \left[1 - \frac{1}{c} \underbrace{\left\{(dx)^2 + (dy)^2 + (dz)^2\right\}}_{=u^2} \right]$$

$d\tau = \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} dt$
$d\tau = \sqrt{1 - \frac{u'^2}{c^2}} dt'$

τ = tideräkning för observatör som följer med partikeln oberoende av referenssystem.

2 Rörelsemängd (Planck 1906)

x, y, z, ct transformeras på speciellt sätt under Lorentz-tranformation.

$$m\frac{dx}{d\tau}, m\frac{dy}{d\tau}, m\frac{dz}{d\tau}, m\frac{dct}{d\tau}$$

$$\frac{m}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\frac{dx}{dt}, \frac{m}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\frac{dy}{dt}, \frac{m}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\frac{dx}{dt}, \frac{1}{c}\frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\frac{dx}{dt}$$

Transformeras som x, y, z, ct under Lorentz-tranformen.

$\boxed{\mathbf{P} = \frac{m\mathbf{u}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}}$ Relativistisk rörelsemängd för en partikel

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

I S': $\mathbf{P}' = P'_x\hat{x} + P'_y\hat{y} + P'_z\hat{z}$

$$E' = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{u'^2}{c^2}}}$$

$$P'_x = \frac{P_x - \frac{v}{c}\frac{E}{c}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

$P'_y = P_y$
$P'_z = P_z$

$$\frac{E'}{c} = \frac{\frac{E}{c} - \frac{v}{c}P_x}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$