Mekanik MN2 - F18
Peter Ankerstål
05 December 2007

1 Extremt relativistiska partiklar

$$E^2 = \frac{m^2c^4}{1-\frac{u^2}{c^2}} \quad P^2 = \frac{m^2u^2}{1-\frac{u^2}{c^2}}$$

Elimineras u^2 ur sambamdet för E^2 och P^2 erhålles

$$E^2 = c^2(P^2 + m^2c^2)$$

Extremt relativistisk: $P^2 >> m^2c^2$
$\Rightarrow E = cp$ (Exakt eller approximativt, beror lite på)

Exempel på extremt relativistiska partiklar är neutrino och foton.
$E = cp = h\nu$ h = Pancks konstant, ν = frekvens, $\nu = \frac{c}{\lambda}$

$$P = \frac{h}{c}\nu = \frac{h}{\lambda}$$

1.1 Tillämpning: Comptonspridning

Foton med våglängd λ_1 infaller och sprids mot en fri elektron i vila (massa m)
Beräkna våglångdsändringen $\lambda_2 - \lambda_1$

- $\mathbf{P}_1$ infallande fotons rörelsemängd
- $\mathbf{P}_2$ Spridd rörelsemängd
- 0 Elektronens rörelsemängd före stöt
- $\mathbf{P}$ Elektronens rörelsemängd efter stöt

Vad är vårt system? Foton + elektron

Rörelsemängdens bevarande ger:

$\mathbf{P}_2 + \mathbf{P} = \mathbf{P}_1 + 0 \qquad \mathbf{P} = \mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_2$
$P^2 = P_1^2 + P_2^2 - 2\underbrace{\mathbf{P_1P_2}}_{P_1P_2\cos\theta}$

$$P_1 = \frac{h}{\lambda_1} \quad P_2 = \frac{h}{\lambda_2} \qquad P^2 = \frac{h^2}{\lambda_1^2} + \frac{h^2}{\lambda_1^2} - 2\frac{h^2}{\lambda_1\lambda_2}\cos\theta$$

Energins bevarande ger:

$$\frac{hc}{\lambda_2} + c\sqrt{P^2 + m^2c^2} = \frac{hc}{\lambda_1} \ + mc^2$$

$$\sqrt{\frac{h^2}{\lambda_1^2} + 2\frac{h^2}{\lambda_2^2} - 2\frac{h^2}{\lambda_1\lambda_2}\cos\theta + m^2c^2} = \frac{h}{\lambda_1} - \frac{h}{\lambda_2} + mc$$

$$\lambda_2 - \lambda_1 = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta)$$

1. $\lambda_2 > \lambda_1$
2. $\lambda_2 - \lambda_1$ är oberoende av λ_1

2 CM-Systemet

- Relativistisk mekanik
- "Center of momentum system"
- Det referenssystem i vilket totala rörelsemängden är 0
- Teoretiskt lämpligt system
- Bra för allmänna resonemang och slutsatser

2.1 Ex

Två partiklar m_1 och m_2 blir en partikel med massa m Visa att $m > m_1 + m_2$

Före: $\mathbf{P_1 P_2}$ Rörelsemängd $\mathbf{P_1} + \mathbf{P_2} = \mathbf{0}$
$P_1 = P_2$ i CM-systemet.

$$E_1 = c\sqrt{P_1^2 + m_1^2c^2}, \quad E_2 = c\sqrt{P_1^2 + m_2^2c^2}$$

$$c\sqrt{P_1^2 + m_1^2c^2} + c\sqrt{P_1^2 + m_2^2c^2} = mc^2$$

$$m = \sqrt{\frac{P_1^2}{c^2} + m_1^2} + \sqrt{\frac{P_1^2}{c^2} + m_2^2} \Rightarrow$$

$$m > m_1 + m_2$$

3 Dopplereffekten och aberration

$\hat{n}$ = fotonens utbredningsriktning

$$\frac{h\nu}{c}n_x, \frac{h\nu}{c}n_y, \frac{h\nu}{c}n_z, \frac{h\nu}{c}$$

$$P_x, P_y, P_z, \frac{E}{c}$$

Transformeras som x, y, z, ct under Lorentztransformation.

S': $\frac{h\nu}{c}n'_x, \frac{h\nu}{c}n'_y, \frac{h\nu}{c}n'_z, \frac{h\nu}{c}$

$$\frac{h\nu'}{c}n'_x = \frac{\frac{h\nu}{c}n_x - \frac{h\nu}{c}\frac{v}{c}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

$\frac{h\nu'}{c}n'_y = \frac{h\nu}{c}n_y$, $\frac{h\nu'}{c}n'_z = \frac{h\nu}{c}n_z$

$$\frac{h\nu'}{c} = \frac{\frac{h\nu}{c} - \frac{h\nu}{c}n_x\frac{v}{c}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\nu' = \frac{\nu - n_x\frac{v}{c}\nu}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Speciellt om $n_x = 0$

$$\nu' = \frac{\nu}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

(orelativistiskt $\nu' = \nu$)

$$n'_x = \frac{n_x - \frac{v}{c}}{1 - n\frac{v}{c}} \quad \text{Aberrationsformeln}$$